МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Кафедра высшей математики

Одобрено на заседании
Ученого совета ИАТЭ НИЯУ МИФИ
Протокол от 25.08.2025 № 25.8

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

название дисциплины

для студентов направления подготовки

38.03.05 Бизнес-информатика

код и название направления подготовки

образовательная программа

Цифровая трансформация компании

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2025 г.

Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – является обязательным приложением к рабочей программе дисциплины «Линейная алгебра» и обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.

Цели и задачи фонда оценочных средств

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «Линейная алгебра» решаются следующие задачи:

– контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков, предусмотренных в рамках данной дисциплины;

– контроль и оценка степени освоения компетенций, предусмотренных в рамках данной дисциплины;

– обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данной дисциплины.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. В результате освоения ОП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Коды компетенций	Наименование компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции
УКЕ-1	Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах	З-УКЕ-1 Знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-УКЕ-1 Уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи. В-УКЕ-1 методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами.

1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения ОП бакалавриата

Компоненты компетенций, как правило, формируются при изучении нескольких дисциплин, а также в немалой степени в процессе прохождения практик, НИР и во время самостоятельной работы обучающегося. Выполнение и защита ВКР являются видом учебной деятельности, который завершает процесс формирования компетенций.

Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины:

- **начальный** этап – на этом этапе формируются знаниевые и инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу;
- **основной** этап – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя коррекцию в ходе работы, переносит знания и умения на новые условия;
- **завершающий** этап – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях.

Этапы формирования компетенций в ходе освоения дисциплины отражаются в тематическом плане (см. РПД).

1.3. **Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения**

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции / Индикатор достижения компетенции	Наименование оценочного средства текущей и промежуточной аттестации
Текущая аттестация, 2 семестр			
1.	Матрицы, определители, системы уравнений	З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В УКЕ-1	КР № 1
2.	Линейные пространства и подпространства, базис, координаты, линейные операторы	З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В УКЕ-1	КР № 1, КР № 2.
3.	Евклидовы пространства, квадратичные формы	З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В УКЕ-1	КР № 2.
Промежуточная аттестация, 2 семестр			
	Экзамен	З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В УКЕ-1	Экзаменационный билет

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям, которые приведены в п.1.1. Формирование этих дескрипторов происходит в процессе изучения дисциплины по этапам в рамках различного вида учебных занятий и самостоятельной работы.

Выделяются три уровня сформированности компетенций на каждом этапе: пороговый, продвинутый и высокий.

Уровни	**Содержательное описание уровня**	**Основные признаки выделения уровня**	**БРС, % освоения**	**ECTS/Пятибалльная шкала для оценки экзамена/зачета**
Высокий *Все виды компетенций сформированы на высоком уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины*	Творческая деятельность	*Включает нижестоящий уровень.* Студент демонстрирует свободное обладание компетенциями, способен применить их в нестандартных ситуациях: показывает умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий	90-100	A/ Отлично/ Зачтено
Продвинутый *Все виды компетенций сформированы на продвинутом уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины*	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, большей долей самостоятельности и инициативы	*Включает нижестоящий уровень.* Студент может доказать владение компетенциями: демонстрирует способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.	85-89	B/ Очень хорошо/ Зачтено
			70-84	C/ Хорошо/ Зачтено
Пороговый *Все виды компетенций сформированы на пороговом уровне*	Репродуктивная деятельность	Студент демонстрирует владение компетенциями в стандартных ситуациях: излагает в пределах задач курса теоретически и практически контролируемый материал.	65-69	D/Удовлетворительно/ Зачтено
			60-64	E/Посредственно /Зачтено
Ниже порогового	Отсутствие признаков порогового уровня: компетенции не сформированы. Студент не в состоянии продемонстрировать обладание компетенциями в стандартных ситуациях.		0-59	Неудовлетворительно/ Незачтено

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания компетенций на каждом этапе изучения дисциплины для каждого вида оценочного средства и приводятся в п. 4 ФОС. Итоговый уровень сформированности компетенции при изучении дисциплины определяется по таблице. При этом следует понимать, что граница между уровнями для конкретных результатов освоения образовательной программы может смещаться.

Уровень сформированности компетенции	**Текущий контроль**	**Промежуточная аттестация**
высокий	**высокий**	**высокий**
	продвинутый	*высокий*
	высокий	*продвинутый*
продвинутый	*пороговый*	*высокий*
	высокий	*пороговый*
	продвинутый	**продвинутый**
	продвинутый	*пороговый*
	пороговый	*продвинутый*
пороговый	**пороговый**	**пороговый**
ниже порогового	**пороговый**	**ниже порогового**
	ниже порогового	**-**

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Итоговая аттестация по дисциплине является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков обучающихся по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестации.

Текущая аттестация в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающихся.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Текущая аттестация осуществляется два раза в семестр:

- контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 8 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 1 по 8 неделю учебного семестра.
- контрольная точка № 2 (КТ № 2) – выставляется в электронную ведомость не позднее 16 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 9 по 16 неделю учебного семестра.

Результаты текущей и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Этап рейтинговой системы / Оценочное средство	Неделя	Балл	
		Минимум*	Максимум**
Текущая аттестация	**1-16**	**36 - 60% от максимума**	**60**
Контрольная точка № 1	**8**	**18 (60% от 30)**	**30**
Рейтинговая контрольная работа № 1	8	18	30
Контрольная точка № 2	**15-16**	**18 (60% от 30)**	**30**
Рейтинговая контрольная работа № 2	15	18	30
Промежуточная аттестация	**-**	**24 (60% от 40)**	**40**
Зачет с оценкой	-		
Билет зачета	-	24	40
ИТОГО по дисциплине		**60**	**100**

* - Минимальное количество баллов за оценочное средство – это количество баллов, набранное обучающимся, при котором оценочное средство засчитывается, в противном случае обучающийся должен ликвидировать появившуюся академическую задолженность по текущей или промежуточной аттестации. Минимальное количество баллов за текущую аттестацию, в т.ч. отдельное оценочное средство в ее составе, и промежуточную аттестацию составляет 60% от соответствующих максимальных баллов.

4.Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков

Форма для вопросов к зачету

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Кафедра высшей математики

Направление	**38.03.05 Бизнес-информатика**
Образовательная программа	**Цифровая трансформация компании**
Дисциплина	**Линейная алгебра**

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Матрицы, действия с матрицами (сложение матриц, умножение на число, умножение матриц, транспонирование).
2. Определители квадратных матриц порядка n. Определение по индукции через разложение по первой строке.
3. Минор, алгебраическое дополнение. Теорема о разложении определителя по элементам ряда (без доказательства).
4. Перестановки, инверсии, четность, нечетность перестановки. Определение определителя матрицы размера n через перестановки и инверсии.
5. Свойства определителей. Перестановка строк, транспонирование, линейное свойство. Следствия из свойств. Определители треугольной матрицы, блочной матрицы.
6. Следствие из теоремы о разложении определителя (фальшивое разложение).
7. Обратная матрица. Теорема об обратной матрице.
8. Правило Крамера решения системы линейных алгебраических уравнений (теорема).
9. Ранг матрицы. Базисный минор. Сохранение ранга при элементарных преобразованиях. Линейная зависимость и независимость строк матрицы. Теорема о базисном миноре (без доказательства). Второе определение ранга матрицы (ранг – максимальное количество линейно независимых строк (столбцов) в матрице).
10. Классификация систем линейных алгебраических уравнений – совместные, несовместные, определенные, неопределенные. Теорема Кронекера – Капелли. Исследование и решение неоднородных и однородных систем. Метод Гаусса.
11. Ф.С.Р. однородной системы. Структура общего решения неоднородных систем.
12. Линейные пространства. Примеры. Линейная зависимость и независимость векторов линейного пространства.
13. Базис. Размерность. Изоморфизм пространств. Теорема об изоморфности пространств одинаковой размерности над одним числовым полем (без доказательства).
14. Координаты вектора в данном базисе. Действия с координатами. Преобразование координат при переходе к новому базису.
15. Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка векторов. Размерность подпространства. Теорема о размерности линейной оболочки.
16. Пересечение и сумма подпространств. Теорема о размерности суммы и пересечения двух подпространств.
17. Линейные операторы в линейном пространстве. Матрица оператора. Примеры операторов и матриц. Теорема о матричной записи линейного оператора (без доказательства).
18. Действия с операторами (сумма, произведение на число, суперпозиция). Обратный оператор.

19. Ядро и образ линейного оператора. Теорема о размерности ядра и образа линейного оператора.
20. Преобразование матрицы оператора при переходе к новому базису.
21. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Линейная независимость собственных векторов, соответствующих разным собственным значениям. Характеристический многочлен, его инвариантность.
22. Достаточное условие приводимости матрицы оператора к диагональному виду (две теоремы, одна без доказательства).
23. Евклидовы пространства. Определение. Примеры. Неравенство Коши-Буняковского. Норма элемента. Неравенство треугольника. Угол между элементами.
24. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Ортонормированный базис.
25. Матрица Грама ёё применение к вычислению объема n-мерного параллелепипеда (без доказательства).
26. Ортогональное дополнение. Разложение евклидова пространства L в прямую сумму любого его подпространства $L_1 \subset L$ и ортогонального дополнения к L_1 (без доказательства). Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора относительно подпространства. Угол между вектором и подпространством.
27. Сопряженный оператор. Матрица сопряженного оператора в ортонормированном базисе (без доказательства).
28. Самосопряженный оператор. Основные свойства: вещественность собственных значений, ортогональность собственных векторов, соответствующих разным собственным значениям, существование ортонормированного базиса из собственных векторов (последнее без доказательства).
29. Ортогональный оператор. Сохранение длин и углов, геометрический смысл. Ортогональная матрица и её свойства. Ортогональный оператор в 2-мерном случае и теорема об общем виде ортогонального оператора (без доказательства).
30. Квадратичные формы. Изменение матрицы формы при замене базиса.
31. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.
32. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм (без доказательства).
33. Теорема о приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования.
34. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра (без доказательства).

Оформление комплекта заданий для контрольной работы

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Кафедра высшей математики

Направление	**38.03.05 Бизнес-информатика**
Образовательная программа	**Цифровая трансформация компании**
Дисциплина	**Линейная алгебра**

Комплект заданий для контрольной работы 1

Вариант 1

1. Является ли линейным пространством множество всех последовательностей $\{a_n\}$, сходящихся к данному числу *a*? Объяснить ответ.
2. Найти координаты вектора $x=(3,2,1)$ в базисе $e_1^{'},e_2^{'},e_3^{'}$, если он задан в базисе e_1,e_2,e_3 и $e_1^{'}=e_1+e_2$, $e_2^{'}=e_1-e_2$, $e_3^{'}=-e_1+e_2+e_3$.
3. Найти определитель матрицы $\begin{vmatrix} 7 & 6 & 3 & 7 \\ 0 & 5 & 7 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & 0 \\ 5 & 6 & 5 & 4 \end{vmatrix}$
4. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} 2x_1-2x_2+3x_3-2x_4=1 \\ x_1+x_2+x_3=2 \\ 3x_1-x_2+4x_3-2x_4=3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1-2x_2+3x_3-2x_4=0 \\ x_1+x_2+x_3=0 \\ 3x_1-x_2+4x_3-2x_4=0 \end{cases}$$

5. Найти размерность и базис суммы и пересечения линейных подпространств, построенных на системах векторов $a_1=(1,2,1)$, $a_2=(1,1,-1)$, $a_3=(1,3,3)$ и $b_1=(2,3,-1)$, $b_2=(1,2,2)$, $b_3=(1,1,-3)$.

Вариант 2

1. Найти базис и размерность пространства симметричных матриц размера 2×2 с обычными операциями сложения и умножения на число.
2. Найти координаты вектора $x=(1,2,3)$ в базисе $e_1^{'},e_2^{'},e_3^{'}$, если он задан в базисе e_1,e_2,e_3 и $e_1^{\prime}=e_1+e_2$, $e_2^{\prime}=e_1-2e_2$, $e_3^{'}=-e_1+e_2+e_3$.

3. Найти определитель $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 6 & 5 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

4. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

5. Найти размерность и базис суммы и пересечения линейных подпространств, построенных на системах векторов $a_1 = (1,1,0,0)$, $a_2 = (0,1,1,0)$, $a_3 = (0,0,1,1)$ и $b_1 = (1,1,1,1)$, $b_2 = (0,2,1,1)$, $b_3 = (1,2,1,2)$.

Вариант 3

1. Найти базис и размерность пространства симметричных матриц размера 3×3 с обычными операциями сложения и умножения на число.
2. Найти координаты вектора $x = (1,1,1)$ в базисе e_1', e_2', e_3', если он задан в базисе e_1, e_2, e_3 и $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = e_1 - e_2$, $e_3' = -e_1 + e_2 + e_3$.

3. Найти определитель $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 5 & 0 \end{vmatrix}$

4. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

5. Найти размерность и базис суммы и пересечения линейных подпространств, построенных на системах векторов $a_1 = (1,0,1)$, $a_2 = (1,1,1)$, $a_3 = (0,3,0)$ и $b_1 = (2,0,0)$, $b_2 = (1,2,2)$, $b_3 = (1,1,1)$.

Вариант 4

1. Является ли линейным подпространством множество всех векторов *n*-мерного векторного пространства, координаты которых – целые числа. Объяснить ответ.
2. Найти координаты вектора $x = (0,1,1)$ в базисе e_1', e_2', e_3', если он задан в базисе e_1, e_2, e_3 и $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = e_1 - e_2$, $e_3' = -e_1 - e_2 + e_3$.

3. Найти определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

4. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

5. Найти размерность и базис суммы и пересечения линейных подпространств, построенных на системах векторов $a_1=(1,2,1,-2)$, $a_2=(2,3,1,0)$, $a_3=(1,2,2,-3)$ и $b_1=(1,1,1,1)$, $b_2=(1,0,1,-1)$, $b_3=(1,3,0,-4)$

Вариант 5

1. Является ли подпространством совокупность всех векторов трехмерного пространства, начало которых совпадает с началом координат, а концы лежат на некоторой прямой? Объяснить ответ.
2. Найти координаты вектора $x=(7,-5,2)$ в базисе $\left(e_1',\ e_2',\ e_3'\right)$, если он задан в базисе e_1,e_2,e_3 и $e_1'=e_1-e_2+e_3$, $e_2'=-e_1+e_2-2e_3$, $e_3'=-e_1+2e_2+e_3$.
3. Найти определитель $\begin{vmatrix}1&6&3&1\\0&5&7&0\\0&4&3&0\\5&6&5&4\end{vmatrix}$
4. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases}2x_1-2x_2+3x_3-x_4=1\\x_1+x_2+x_3=2\\3x_1-x_2+4x_3-x_4=3\end{cases}\qquad\begin{cases}2x_1-2x_2+3x_3-x_4=0\\x_1+x_2+x_3=0\\3x_1-x_2+4x_3-x_4=0\end{cases}$$

5. Найти размерность и базис суммы и пересечения линейных подпространств, построенных на системах векторов $a_1=(1,0,1)$, $a_2=(1,1,1)$, $a_3=(2,1,2)$ и $b_1=(2,0,0)$, $b_2=(0,2,2)$, $b_3=(2,0,2)$.

Вариант 6

1. Доказать, что множество всех n-мерных векторов, координаты которых удовлетворяют уравнению $x_1+x_2+\ldots+x_n=0$, является подпространством в R^n, найти его размерность и какой-нибудь базис.
2. Найти координаты вектора $x=(3,2,1)$ в базисе e_1',e_2',e_3', если он задан в базисе e_1,e_2,e_3 и $e_1'=2e_1+e_2$, $e_2'=e_1-e_2$, $e_3'=-e_1+e_2+e_3$.
3. Найти определитель $\begin{vmatrix}7&6&3&7\\1&5&7&1\\0&4&3&0\\0&6&5&0\end{vmatrix}$
4. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases}2x_1-2x_2+3x_3-x_4=1\\x_1+x_2+x_3=2\\3x_1-x_2+4x_3-x_4=3\end{cases}\qquad\begin{cases}2x_1-2x_2+3x_3-x_4=0\\x_1+x_2+x_3=0\\3x_1-x_2+4x_3-x_4=0\end{cases}$$

5. Исследовать на линейную зависимость систему векторов $\sin x,\cos x,\cos 2x$ на $(-\pi/2,\pi/2)$.

Вариант 7

1. Является ли линейным пространством множество всех последовательностей $\{a_n\}$, сходящихся к 0? Объяснить ответ.
2. Найти координаты вектора $x=(1,2,3)$ в базисе $e_1^{'},e_2^{'},e_3^{'}$, если он задан в базисе e_1,e_2,e_3 и $e_1'=e_1+2e_2$, $e_2'=e_1-e_2$, $e_3^{'}=-e_1+e_2+e_3$.
3. Найти определитель $\begin{vmatrix} 7 & 6 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \\ 5 & 6 & 5 & 4 \end{vmatrix}$
4. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} 2x_1-2x_2+3x_3-2x_4=1 \\ x_1+x_2+x_3=1 \\ 3x_1-x_2+4x_3-2x_4=1 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1-2x_2+3x_3-2x_4=0 \\ x_1+x_2+x_3=0 \\ 3x_1-x_2+4x_3-2x_4=0 \end{cases}$$

5. Найти размерность и базис суммы и пересечения линейных подпространств, построенных на системах векторов $a_1=(1,2,1)$, $a_2=(1,1,-1)$, $a_3=(1,3,3)$ и $b_1=(2,3,-1)$, $b_2=(1,2,2)$, $b_3=(1,1,-3)$.

Вариант 8

1. Образует ли линейное пространство множество всех дифференцируемых функций $a=f(t)$, $b=g(t)$, в котором определены операции суммы $f(t)\cdot g(t)$ и произведения на число $\alpha\cdot f(t)$?
2. Найти координаты вектора $x=(0,1,1)$ в базисе $e_1^{'},e_2^{'},e_3^{'}$, если он задан в базисе e_1,e_2,e_3 и $e_1^{'}=e_1+e_2$, $e_2^{'}=2e_1-e_2$, $e_3^{'}=-e_1-e_2+e_3$.
3. Найти определитель $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \\ 1 & 6 & 5 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \end{vmatrix}$
4. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3-x_4=1 \\ x_1+x_2+x_3=1 \\ 2x_1-x_2+4x_3-x_4=1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1-2x_2+3x_3-x_4=0 \\ x_1+x_2+x_3=0 \\ 2x_1-x_2+4x_3-x_4=0 \end{cases}$$

5. Исследовать на линейную зависимость систему векторов $\sin x, \cos x, \sin 2x$ на $(-\pi/2, \pi/2)$.

Вариант 9

1. Найти базис и размерность пространства матриц размера 3×2 с обычными операциями сложения и умножения на число.
2. Найти координаты вектора $x=(-1,1,-1)$ в базисе $e_1^{'},e_2^{'},e_3^{'}$, если он задан в базисе e_1,e_2,e_3 и $e_1^{'}=e_1+e_2$, $e_2^{'}=e_1-e_2$, $e_3^{'}=-e_1+e_2+e_3$.

3. Найти определитель $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 5 & 0 \end{vmatrix}$

4. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$

5. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

Вариант 10

1. Образует ли линейное пространство всех положительных чисел, в котором сумма любых двух элементов a и b задается как $a \cdot b$; а произведение любого элемента a на любое число γ есть a^{γ}?

2. Найти координаты вектора $x = (7, -5, 2)$ в базисе e_1', e_2', e_3', если он задан в базисе e_1, e_2, e_3 и $e_1' = e_1 + e_3,\ e_2' = e_1 + e_2,\ e_3' = e_1 + e_2 + e_3.$

3. Решить матричное уравнение $X\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$

4. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

5. Исследовать на линейную зависимость систему векторов e^x, e^{-x}, e^{2x} на $(-\infty, +\infty)$.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 3 задачи (получено 18 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 30 баллами: каждое задание оценивается в 6 баллов.

Оценка	**Критерии оценки**
Отлично с 27 до30 баллов	Сумма баллов решенных задач
Хорошо с 23 до 26 баллов	Сумма баллов решенных задач
Удовлетворительно с 18 до 22 баллов	Сумма баллов решенных задач
Неудовлетворительно с 0 до 17 баллов	Сумма баллов решенных задач

Оформление комплекта заданий для контрольной работы

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Кафедра высшей математики

Направление	**38.03.05 Бизнес-информатика**
Образовательная программа	**Цифровая трансформация компании**
Дисциплина	**Линейная алгебра**

Комплект заданий для контрольной работы 2

Вариант 1

1. Найти матрицу (в базисе $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$), образ и ядро оператора зеркального отражения относительно плоскости $x - y - z = 0$.

2. Найти матрицу в базисе $\left(e_1', \quad e_2', \quad e_3'\right)$, где $e_1' = e_1 - e_2 + e_3$, $e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе $\left(e_1, e_2, e_3\right)\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

3. Найти собственные векторы и собственные значения $\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

Приводится ли матрица к диагональному виду? Если да, то найти диагональный вид и диагонализирующую матрицу.

4. Привести квадратичную форму к каноническому виду с помощью метода Лагранжа
$4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 - 4x_3^2$.

5. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.

$3x^2 + 3y^2 + 2xy - 12x - 4y + 1 = 0.$

Вариант 2

1. Найти матрицу (в базисе $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$), образ и ядро оператора симметрии относительно прямой $x = y = -z/2$.

2. Найти матрицу в базисе $(e_1', \quad e_2', \quad e_3')$, где $e_1' = e_1 - e_2 + e_3$, $e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе $(e_1, e_2, e_3)\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

3. Найти собственные векторы и собственные значения $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Приводится ли матрица к диагональному виду? Если да, то найти диагональный вид и диагонализирующую матрицу.

4. Привести форму к каноническому виду с помощью метода Лагранжа $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - x_3^2$.

5. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.

$$2x^2 + 2y^2 - 4xy - 8x + 8y + 1 = 0.$$

Вариант 3

1. Найти матрицу (в базисе $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$), образ и ядро оператора зеркального отражения относительно плоскости $2x + y - 2z = 0$.

2. Найти матрицу в базисе $(e_1', \quad e_2', \quad e_3')$, где $e_1' = e_1 - e_2 + e_3$, $e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе $(e_1, e_2, e_3)\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

3. Найти собственные векторы и собственные значения $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. Приводится ли матрица к диагональному виду? Если да, то найти диагональный вид и диагонализирующую матрицу.

4. Привести форму к каноническому виду с помощью метода Лагранжа

$x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 3x_2^2 - 6x_2x_3 - 4x_3^2$.

5. Исследовать кривую второго порядка и построить ее

$$x^2 + y^2 + 4xy + 4x + 2y - 5 = 0.$$

Вариант 4

1. Найти матрицу (в базисе $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$), образ и ядро оператора зеркального отражения относительно плоскости $x + y = 0$.

2. Найти матрицу в базисе $(e_1', \quad e_2', \quad e_3')$, где $e_1' = e_1 - e_2 + e_3$, $e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе $(e_1, e_2, e_3)\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Найти собственные векторы и собственные значения $\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$. Приводится ли матрица к диагональному виду? Если да, то найти диагональный вид и диагонализирующую матрицу.

4. Привести форму к каноническому виду с помощью метода Лагранжа

$$x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 3x_2^2 + 2x_2x_3 - x_3^2.$$

5. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.

$$5x^2 + 5y^2 - 2xy + 10x - 2y + 1 = 0.$$

Вариант 5

1. Найти матрицу (в базисе $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$), образ и ядро оператора ортогональной проекции на прямую $x = y = z$.

2. Найти матрицу в базисе $\left(e_1', \quad e_2', \quad e_3'\right)$, где $e_1' = e_1 - e_2 + e_3$, $e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе $\left(e_1, e_2, e_3\right)\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

3. Найти собственные векторы и собственные значения $\begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$.

Приводится ли матрица к диагональному виду? Если да, то найти диагональный вид и диагонализирующую матрицу.

4. Привести форму к каноническому виду с помощью метода Лагранжа

$$x_1^2 + 4x_1x_2 - x_2^2 - 2x_2x_3 + 2x_3^2.$$

5. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.

$$2x^2 + 2y^2 + 4xy + 8x + 8y + 1 = 0.$$

Вариант 6

1. Найти матрицу (в базисе $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$), образ и ядро оператора зеркального отражения относительно плоскости $x + 2y - z = 0$.

2. Найти матрицу в базисе $\left(e_1', \quad e_2', \quad e_3'\right)$, где $e_1' = e_1 - e_2 + e_3$, $e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе $\left(e_1, e_2, e_3\right)\begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

3. Найти собственные векторы и собственные значения $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$. Приводится ли матрица к диагональному виду? Если да, то найти диагональный вид и диагонализирующую матрицу.

4. Привести форму к каноническому виду с помощью метода Лагранжа.

$$x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 + 4x_2x_3 - x_3^2.$$

5. Исследовать кривую второго порядка и построить ее

$$-x^2 - y^2 + 2xy + 2x - 2y + 1 = 0.$$

Вариант 7

1. Найти матрицу (в базисе $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$), образ и ядро оператора проектирования на плоскость $x + 2y - 2z = 0$.

2. Найти матрицу в базисе $(e_1', \quad e_2', \quad e_3')$, где $e_1' = e_1 - e_2 + e_3$, $e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе $(e_1, e_2, e_3)\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Найти собственные векторы и собственные значения $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Приводится ли матрица к диагональному виду? Если да, то найти диагональный вид и диагонализирующую матрицу.

4. Привести форму к каноническому виду с помощью метода Лагранжа

$$x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 3x_2^2 - 6x_2x_3 - 4x_3^2.$$

5. Исследовать кривую второго порядка и построить ее

$$x^2 + y^2 + 4xy + 4x + 2y - 5 = 0.$$

Вариант 8

1. Найти матрицу (в базисе $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$), образ и ядро оператора проектирования на плоскость $2x - y + z = 0$.

2. Найти матрицу в базисе $(e_1', \quad e_2', \quad e_3')$, где $e_1' = e_1 - e_2 + e_3$, $e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе $(e_1, e_2, e_3)\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Найти собственные векторы и собственные значения $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$. Приводится ли матрица к диагональному виду? Если да, то найти диагональный вид и диагонализирующую матрицу.

4. Привести квадратичную форму к каноническому виду с помощью метода Лагранжа
$4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 - 4x_3^2.$

5. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.

$$5x^2 + 5y^2 - 2xy + 10x - 2y + 1 = 0.$$

Вариант 9

1. Найти матрицу (в базисе $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$), образ и ядро оператора проектирования на плоскость $2x - y + 3z = 0$.

2. Найти матрицу в базисе $\left(e_1', \quad e_2', \quad e_3'\right)$, где $e_1' = e_1 - e_2 + e_3$, $e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе $\left(e_1,\ e_2,\ e_3\right)\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Найти собственные векторы и собственные значения $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$. Приводится ли матрица к диагональному виду? Если да, то найти диагональный вид и диагонализирующую матрицу.

4. Привести форму к каноническому виду с помощью метода Лагранжа.

$$x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 + 4x_2x_3 - x_3^2.$$

5. Исследовать кривую второго порядка и построить ее

$$-x^2 - y^2 + 2xy + 2x - 2y + 1 = 0.$$

Вариант 10

1. Найти матрицу (в базисе $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$), образ и ядро оператора проектирования на плоскость $x + y + z = 0$.

2. Найти матрицу в базисе $\left(e_1', \quad e_2', \quad e_3'\right)$, где $e_1' = e_1 - e_2 + e_3$, $e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе $\left(e_1,\ e_2,\ e_3\right)\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Найти собственные векторы и собственные значения $\begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & -1 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$. Приводится ли матрица к диагональному виду? Если да, то найти диагональный вид и диагонализирующую матрицу.

4. Привести форму к каноническому виду с помощью метода Лагранжа

$$x_1^2 + 4x_1x_2 - x_2^2 - 2x_2x_3 + 2x_3^2.$$

5. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.

$$2x^2 + 2y^2 + 4xy + 8x + 8y + 1 = 0.$$

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 3 задачи (получено 18 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 30 баллами: каждое из заданий оценивается в 6 баллов.

Оценка	**Критерии оценки**
Отлично с 27 до30 баллов	Сумма баллов решенных задач
Хорошо с 23 до 26 баллов	Сумма баллов решенных задач
Удовлетворительно с 18 до 22 баллов	Сумма баллов решенных задач
Неудовлетворительно с 0 до 17 баллов	Сумма баллов решенных задач